EXERCICE N°2 : | **PRINCIPALE** | **40'** | **4 points**

On considére la suite (U_n) définie sur IN^* par : $U_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k \frac{k}{e^k} = -\frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} - \frac{3}{e^3} + ... + (-1)^n \frac{n}{e^n}$.

1°) a) Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $(2n+2) - e(2n+1) < 0$.

b) Montrer que pour tout entier naturel non nul n, on a :

$$U_{2n+2} - U_{2n} = \frac{1}{e^{2n+2}}\left[(2n+2) - e(2n+1)\right].$$

En déduire que la suite $(U_{2n})_{n\geq 1}$ est décroissante.

2°) Montrer que la suite $(U_{2n+1})_{n\geq 1}$ est croissante.

3°) a) Montrer que pour tout entier naturel non nul n, $U_{2n} > U_{2n+1}$.

b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} (U_{2n} - U_{2n+1})$.

4°) Montrer que la suite (U_n) convergente vers un réel α et que $U_3 < \alpha < U_2$.

EXERCICE N°3 : | **CONTROLE** | **35'** | **4 points**

On considère la suite (I_n) définie sur IN^* par $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^n dx$.

1°) a) Montrer que pour tout $n \in IN^*$, $I_n \geq 0$.

b) Montrer que (I_n) est une suite décroissante.

c) En déduire que (I_n) est une suite convergente.

2°) a) Montrer que pour tout $n \in IN^*$, $I_n + I_{n+2} = \frac{1}{n+1}$.

b) En déduire la limite de la suite (I_n).

3°) Calculer I_1, I_2 et I_4.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com